# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЕОМЕТРИИ МАСС ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ ОТНОШЕНИЙ ДЛИН ОТРЕЗКОВ И ПЛОЩАДЕЙ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

*Гигола Галина Иосифовна*
*Алёшина Ольга Дмитриевна*

***Аннотация.*** *В статье рассматривается решение задач на нахождение отношений длин отрезков и площадей треугольников с использованием метода геометрии масс. Задания такого типа встречаются в олимпиадах, а также ЦТ и ЦЭ. Задача учителя — вооружить учащихся рациональными приемами их решения. Используя метод геометрии масс, можно существенно ускорить процесс решения задач такого типа.*

Математика — весьма поучительный предмет, который содействует формированию как специальных математических способностей, так и развитию мышления учащихся. По словам Г.Д. Глейзера, геометрия развивает интуитивный, логический, пространственный, символический, конструктивный компоненты умственной деятельности.

Учебной программой учебного предмета «Математика» в IX классе не предусмотрено изучение темы «Геометрия масс». Однако в геометрии часто встречаются задачи, в которых присутствуют величины, между которыми трудно установить связь, а также грамотно обосновать ход мыслей. Метод геометрии масс дает возможность решать задачи быстрее и рациональнее, позволяя сэкономить время, избежать громоздких вычислений и наглядно представить решаемую задачу. Такие задачи встречаются среди олимпиадных заданий и заданий централизованного тестирования и централизованного экзамена. Благодаря данному методу у учащихся формируется нестандартное мышление, повышается интерес к решению задач.

Родоначальником метода, о котором пойдет речь, считается великий древнегреческий мыслитель Архимед. Еще в III в. до н.э. он открыл оригинальный способ доказательства геометрических теорем, основанный на рассмотрении центра масс системы материальных точек. Соображения Архимеда позднее использовали и развивали многие математики (Папп Александрийский, Д. Чева, П. Гюльден, С. Люилье и др.).

Свойства центра масс позволяют решать различные задачи геометрии на нахождение отношений длин отрезков. С помощью метода геометрии масс Архимед установил, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины. Эту задачу назвали *задачей Архимеда*.

Чтобы доказать это, необходимо познакомиться с постулатами Архимеда и такими понятиями, *как центр масс, центр масс системы точек*.

*Постулаты Архимеда:*

1. Любая конечная система материальных точек имеет единственный центр масс *(материальная точка — точка, имеющая массу)*.

2. Система, состоящая из двух материальных точек, имеет центр масс, принадлежащий отрезку, соединяющему эти точки, причем его положение определяется правилом рычага: $m_1d_1 = m_2d_2$ (рисунок 1).

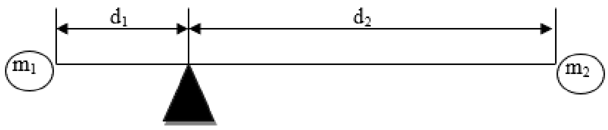



Рисунок 1

3. Если в системе, состоящей из конечного числа материальных точек, отметить несколько материальных точек и массы всех отмеченных точек перенести в их центр масс, то от этого положение центра масс всей системы не изменится.

Чтобы понять, что такое центр масс, мы рассмотрим качели (рисунок 2).

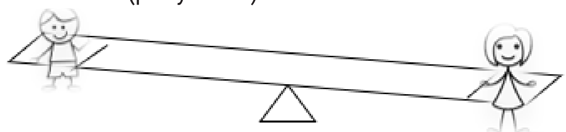


Рисунок 2

Очевидно, что человек с большей массой будет перевешивать. Но если ему начать приближаться ближе к центру, то качели приходят в равновесие. На какое расстояние он должен продвинуться, даст ответ метод геометрии масс. Рассмотрим эту задачу с точки зрения математики.

Пусть качели — это отрезок AB, m1, m2 — массы, расположенные на концах качелей, причем m1>m2 (рисунок 3).


Рисунок 3

Центром масс системы двух точек будет такая точка O отрезка AB, что AO×m1 = BO×m2, т.е. AO:BO=m2:m1 (отношение отрезков обратно пропорционально массам точек).

Рассмотрим центр масс системы точек для треугольника. Пусть в точках A, B, C расположены массы m1, m2, m3 соответственно (рисунок 4).

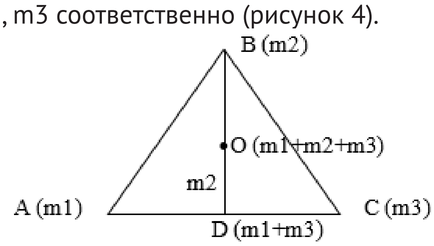



Рисунок 4

В системе из нескольких точек с массой в каждой из них вместо любой пары точек можно рассмотреть их центр масс, в котором сосредоточена сумма масс этих точек.

Точка O − центр масс треугольника ABC будет совпадать с центром масс точек D и B (рисунок 3). В точке A расположена масса m1, в точке C масса m3, то в точке D сконцентрирована масса m1+m3. Значит, в точке O будет сконцентрирована масса m1+m2+m3.

Решить задачу Архимеда с помощью метода геометрии масс.

Дан треугольник ABC с массами в вершинах A, B, C, равными 1. Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении 2:1, считая от вершины (рисунок 5).

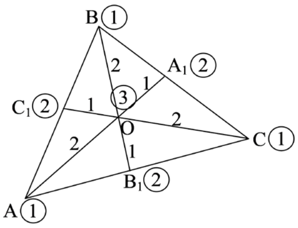


Рисунок 5

*Решение.* Найдем центр масс точек A и B. Это точка $C_1$, которая расположена в середине отрезка AB. В точке $C_1$ сосредоточена масса 1+1=2.

Центр масс треугольника ABC совпадает с центром масс отрезка $CC_1$ и делит отрезок $CC_1$ в отношении 2:1, считая от вершины. Аналогично можно найти центр масс на медианах $BB_1$ и $AA_1$. Мы доказали, что в треугольнике с одинаковыми массами в вершинах, его центр масс расположен на медиане и делит ее в отношении 2:1.

Приведем примеры задач на применение метода геометрии масс.

1. В треугольнике ABC на стороне AC взята точка N такая, что AN:NC=2:3, на стороне BC — точка K, такая, что BK:KC=1:2. В каком отношении отрезок BN делит отрезок AK? [3]

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 6).

AN:NC = 2:3, расположим в точке A массу 3, а в точке C массу 2. Пусть BN∩AK = O. Необходимо найти отношение AO:OK.

Точка K — центр масс для точек B и C. Так как в точке C расположена масса 2, то в точке B расположим массу 4. Значит в точке K сконцентрирована масса 4+2=6. Точка O — центр масс отрезка AK. В точке K сконцентрирована масса 6, в точке A расположена масса 3.

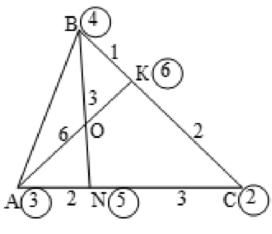


Рисунок 6

Значит AO:OK = 6:3 = 2:1.

Ответ: 2:1.

2. В треугольнике ABC точка K делит сторону BC в отношении 1:4, считая от вершины B. В каком отношении AK делит медиану BM? [4]

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 7). Расположим в точке B массу 4,

Рисунок 7

в точке C массу 1 (по условию BK:KC=1:4). BM — медиана и в точке C расположена масса 1, то в точке A расположим массу 1. Значит, в точке M сконцентрирована масса 1+1=2.

Пусть AK∩BM=O. Необходимо найти BO:OM. Точка O — центр масс отрезка BM. Если в точке B расположена масса 4, а в точке M масса 2, то BO:OM=2:4=1:2.

Ответ: 1:2.

3. В треугольнике ABC AB=BC, BD — высота, MB:MD=4:13, где точка M взята на высоте BD. В каком отношении AM делит BC? [4]

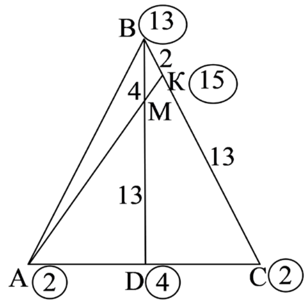


Рисунок 8

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 8). По условию точка M принадлежит BD, MB:MD=4:13. Расположим в точке D массу 4, а в точке B массу 13. Пусть AM∩BC=K. Необходимо найти отношение BK:KC.

По условию AB=BC, значит, треугольник ABC — равнобедренный. BD — высота, следовательно, BD — медиана. Точка D — центр масс отрезка AC и в ней расположена масса 4, значит в точке A расположена масса 2 и в точке C — масса 2. Для точек B и C точка K — центр масс.

В точке B расположена масса 13, в точке C — масса 2.

Значит, BK:KC=2:13.

Ответ: 2:13.

4. Точка N делит сторону RQ треугольника RPQ в отношении RN:NQ=2:7, точка F делит сторону RP в отношении RF:FP=3:1, прямые QF и PN пересекаются в точке M. Найти MN, если PM=12. [4]

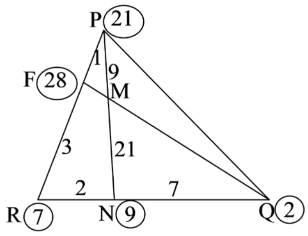


Рисунок 9

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек R, P, Q (рисунок 9). По условию RN:NQ=2:7. Расположим в точке R массу 7, а в точке Q массу 2, точка N центр масс точек R и Q, и в ней сконцентрирована масса 2+7=9. Известно, что RF:FP=3:1, в точке R расположена масса 7, тогда в точке P расположим массу 21. RF:FP=21:7. Прямые QF и PN пересекаются в точке M. Точка M — центр масс для точек P и N.

В точке P расположена масса 21, в точке N — масса 9. Значит, PM:MN=9:21=3:7. По условию PM=12, тогда 12:MN=3:7, отсюда MN=28.

Ответ: 28.

5. На сторонах AC и BC треугольника ABC взяты точки K и N так, что CK:KA=2:3, CN:NB=4:3. В каком отношении точка пересечения отрезков AN и BK делит отрезок BK? [4]

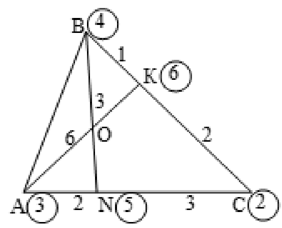


Рисунок 10

*Решение.* Рассмотрим

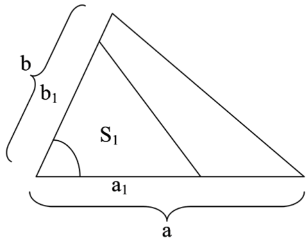
систему материальных точек A, B, C. Так как CK:KA=2:3, расположим в точке C массу 3, а в точке A массу 2 (рисунок 10). Точка K – центр масс для точек A и C. Значит, в точке K сконцентрирована масса 3+2=5. По условию CN:NB=4:3. Расположим в точке B массу 4, а в точке C массу 3.

Пусть AN∩BK=O. Необходимо найти отношение BO:OK. Точка O – центр масс точек B и K.

В точке K расположена масса 5, в точке B – масса 4. Значит, BO:OK=4:5.

Ответ: 4:5.

С помощью геометрии масс можно решать задачи не только на нахождение отношений отрезков, но и на нахождение площадей фигур. Для этого необходимо знать свойство площадей треугольников: площади треугольников, имеющих общий угол (или равный угол), относятся, как произведения сторон, заключающих этот угол (рисунок 11).




$$\frac{S_1}{S}=\frac{a_1\times b_1}{a\times b}$$

(S – площадь большого треугольника)

Рисунок 11

6. На сторонах AC и BC ΔABC взяты точки F и N соответственно. Причем AF:FC=3:1, CN:NB=2:3. AN и BF пересекаются в точке M. Найти отношение $S_{AMB} : S_{ANB}$. [4]

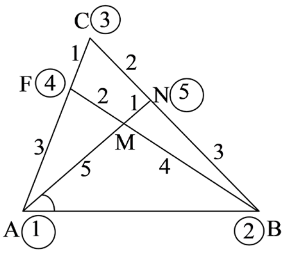



Рисунок 12

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 12). По условию CN:NB=2:3, расположим в точке C массу 3, а в точке B массу 2. Точка N – центр масс точек C и B и в ней сконцентрирована масса 2+3=5. По условию AF:FC=3:1. Расположим в точке A массу 1, а в точке C массу 3. Точка F – центр масс точек A и C и в ней сконцентрирована масса 3+1=4.

$$\frac{S_{AMB}}{S_{ANB}}=\frac{AM\times AB}{AN\times AB}=\frac{AM}{AN}=\frac{5}{6}.$$

В точке N расположена масса 5, а в точке A масса 1. Значит, AM:MN=1:5. Применим свойство площадей треугольников, имеющих общий угол (∠NAB – общий угол для треугольников AMB и ANB):

Ответ: 5:6.

7. Прямая, проходящая через вершину A треугольника ABC, делит его медиану BM в отношении 1:3, считая от вершины B, и пересекает сторону BC в точке K. Найти $S_{ABC}$, если $S_{ABK}$=17 (РТ 2018-2019, этап III, вариант 1, B5).

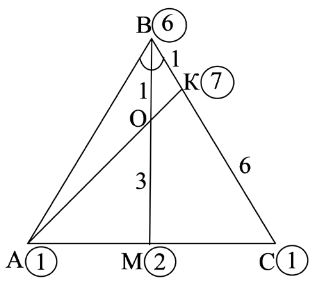



Рисунок 13

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 13).

Пусть BM∩AK=O. BO:OM=1:3 (по условию). BM – медиана треугольника ABC. Расположим в точках A и C массы равные 1. Точка M – центр масс точек A и C, в ней сконцентрирована масса 1+1=2. Если BO:OM=1:3, в точке M сконцентрирована масса 2, то в точке B расположена масса 6, т.е. BO:OM=2:6. Точка O – центр масс для точек B, M и точек A, K.

∠ABC – общий угол для ΔABC и ΔABK.

$$\text{Тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{ABK}}=\frac{AB\times BC}{AB\times BK}=\frac{BC}{BK}.$$

Точка K – центр масс для точек B и C, в ней сконцентрирована масса 1+6=7, поэтому BK:KC=1:6.

$$\text{Значит } \frac{S_{ABC}}{S_{ABK}}=\frac{7}{1}.\ S_{ABK}=17,\ \frac{S_{ABC}}{17}=\frac{7}{1};\ S_{ABC}=119.$$

Ответ: 119.

8. Прямая, проходящая через вершину K треугольника KMN, делит его медиану MA в отношении 8:3, считая от вершины M, и пересекает сторону MN в точке B. Найдите $S_{KMN}$, если $S_{KMB}$ = 16 (ЦТ 2021, вариант 1, B12).

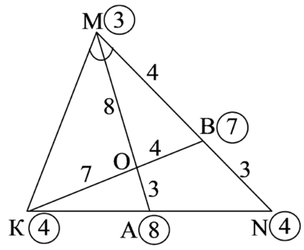



Рисунок 14

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек K, M, N (рисунок 14). Пусть MA∩KB=O. MO:OA=8:3 (по условию), тогда в точке M расположена масса 3, а в точке A – масса 8.

MA – медиана треугольника KMN. Значит, в точках K и N расположены массы равные 4, Точка A – центр масс точек K и N. Если в точке M расположена масса 3, в точке N масса 4, то в точке B – центре масс точек M и N сконцентрирована масса 4+3=7, т.е. MB:BN = 4:3.

∠KMN – общий угол для ΔKMN и ΔKMB.

$$\text{Тогда } \frac{S_{KMN}}{S_{KMB}}=\frac{KM\times MN}{KM\times MB}=\frac{MN}{MB}=\frac{7}{4}.$$

$$S_{KMB}=16,\ \text{тогда } \frac{S_{KMN}}{16}=\frac{7}{4}.\ \text{Значит, } S_{KMN}=28.$$

Ответ: 28.

9. Точка K делит медиану AD треугольника ABC в отношении 3:1, считая от вершины. В каком отношении прямая, проходящая через точки B и K делит площадь треугольника ABC? [4]

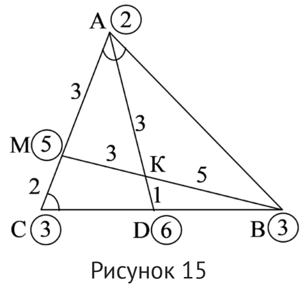



Рисунок 15

*Решение.* Рассмотрим ΔABC (рисунок 15). По условию:

$$\frac{AK}{KD}=\frac{3}{1}=\frac{6}{2}.$$

Расположим в точке A массу 2, в точке D – массу 6. Значит, точка K – центр масс отрезка AD, в ней сконцентрирована масса 2+6=8 (1).

По условию AD – медиана (CD=DB). Точка D – центр масс отрезка CB, значит, в точках C и B расположим массы 3 и 3. Точка M – центр масс отрезка AC, в ней сконцентрирована масса 2+3=5.

Точка K – центр масс отрезка BM, в ней сконцентрирована масса 5+3=8 (2). Из равенств (1) и (2) следует, что точка K – центр масс треугольника ABC. Прямая BK делит треугольник ABC на два треугольника MAB и CMB (у них общая высота). Площади треугольников с общей высотой относятся как соответствующие этой высоте основания. Тогда

$$\frac{S_{MAB}}{S_{CMB}} = \frac{AM}{CM} = \frac{3}{2}.$$

Ответ: 3:2 или 2:3.

10. В прямоугольном равнобедренном треугольнике ABC с прямым углом C проведены биссектриса AM и медиана BN, пересекающиеся в точке K. Найдите площадь треугольника ABC, если AK=2+√2 (Задание II этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Математика», 2022/2023 учебный год, X класс).

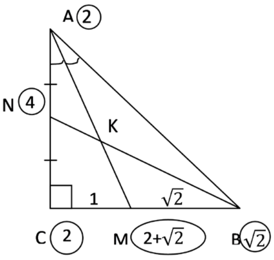


Рисунок 16

*Решение.* Треугольник ABC – прямоугольный равнобедренный (Рисунок 16). Обозначим AC=CB=a, тогда AB=$a$√2. По условию AM – биссектриса, то

$$\frac{CM}{BM} = \frac{AC}{AB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Расположим в точке B массу √2, в точке C – массу 2. Значит, точка M – центр масс отрезка CB, в ней сконцентрирована масса 2+√2.

По условию BN – медиана (CN=NA). Расположим в точке A массу 2. Точка N – центр масс отрезка AC, в ней сконцентрирована масса 2+2=4. Точка K – центр масс отрезка BN и центр масс отрезка AM, в ней сконцентрирована масса 4+√2. Значит, точка K – центр масс треугольника ABC. Следовательно,

$$\frac{AK}{KM} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}.$$

Так как по условию AK=2+√2, то KM=2. Тогда AM=AK+KM=2+√2+2=4+√2.

Рассмотрим прямоугольный треугольник ACM.

По теореме Пифагора: $AM^2=AC^2+CM^2$.

Решение задачи представлено в Приложении.

11. В треугольнике ABC точка K делит сторону AB в отношении AK:KB=5:2, а точка D делит BC на части BD:DC=4:3. Прямая AD пересекает CK в точке O. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь треугольника AOC равна 15 см$^2$ (Олимпиада по математике в честь Ананченко К.О., 14.12.2023).

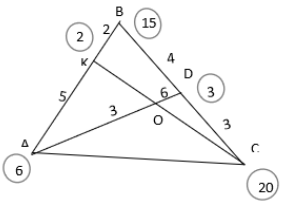


Рисунок 17

*Решение.* Рассмотрим систему материальных точек A, B, C (рисунок 17). Если AK:KB=5:2, то в точке B расположена масса 5, а в точке A масса 2. BD:DC=4:3, то в точке B расположена масса 3, а в точке C масса 4. Увеличим в 5 раз массы расположенных в точках B и C. В точках B и C будут расположены массы 15 и 20 соответственно. Тогда BD:DC=20:15, значит AK:KB=15:6, т.е. в точках B и A расположены массы 15 и 6.

В точке D сконцентрирована масса 15+20=35, а в точке K – масса 6+15=21. Следовательно, AO:OD=35:6.

*$S_{AOC}$= 15 см$_2$ (по условию).*

$$\frac{S_{ADC}}{S_{AOC}} = \frac{AD \times AC}{AO \times AC} \text{ (угол OAC – общий).}$$

Общая масса для точек A и O равна 35, для O и D равна 6, тогда AO+OD = 35+6=41.

$$\frac{S_{ADC}}{15} = \frac{AO+OD}{AO} = \frac{41}{35}$$

Отсюда $S_{ADC} = \frac{41 x 15}{35} = \frac{41 x 3}{7} = \frac{123}{7}.$

$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC \times AC}{CD \times AC}$ (угол DAC – общий).

Общая масса для точек B и D равна 20, для точек D и C равна 15.

$\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{BC}{CD}.\ S_{ABC} : \frac{123}{7} = 35 : 15,\ \ S_{ABC} = \frac{123x35}{7x15} = \frac{123x5}{15} = 41.$

Ответ: 41.

Приведем примеры задач для самостоятельного решения.

В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки E и D так, что AE:EC=2:3, а BD:DC=4:3. Отрезки AD и BE пересекаются в точке O. Найти отношение AO:OD.

В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки E и D так, что AE:EC=2:3, а BD:DC=4:3. Отрезки AD и BE пересекаются в точке O. Найти отношение BO:OE.

В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки E и D так, что AE:EC=2:3. Отрезки AD и BE пересекаются в точке O, причем AO:OD=2:1. Найти отношение BD:DC.

В треугольнике ABC на сторонах AC и BC взяты соответственно точки E и D так, что AE:EC=k:p, а BD:DC=m:n. Отрезки AD и BE пересекаются в точке O. Найти отношение AO:OD.

В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что BK:KM=6:7. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P. Найти отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABK.

В треугольнике ABC AK:KC=3:2, AM:MB=1:2, O – точка пересечения отрезков BK и CM. Найти отношение $\frac{S_{KOC}}{S_{MOB}}$.

Решение задач на нахождение отношений длин отрезков и площадей треугольников методом геометрии масс привлекает наглядностью, отсутствием громоздких вычислений и быстротой получения ответа на вопрос задачи. Задачи такого типа можно решать и другими методами, но метод геометрии масс позволяет сэкономить время решения задачи, так как почти все действия можно выполнять устно по чертежу, расставляя массы в точках и находя необходимые отношения.

Обучение учащихся рациональным методам решения задач необходимо для успешного выполнения заданий централизованного экзамена и централизованного тестирования, а также для решения олимпиадных задач.

### Список литературы

1. Балк, М.Б. Геометрия масс / М.Б. Балк, В.Г. Болтянский // Библиотека «Квант». – Выпуск 61. – М.: Наука, 1987.
2. Барвенов, С.А. Математика: тренинг решения задач, используемых на централизованном тестировании / С.А. Барвенов, Т.П. Бахтина. – Минск: ТетраСистемс, 2009. – 384 с.
3. Планиметрия. Свойства площадей в задачах (с ответами и решениями): пособие для учащихся общеобразовательных учреждений / сост. Ю.В. Шарапов. – Мозырь: ООО ИД «Белый ветер», 2009.
4. Процко, С.В. Математика: интенсивный курс подгот. к тестированию и экзамену / С.В. Процко, А.И. Азаров, С.А. Барвенов. – Минск: ТетраСистемс, 2004. – 288 с.
5. Черняк, А.А. Тренажер к тестированию по математике: Геометрия за 10 уроков / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк, Ю.А. Доманова. – Минск: Изд-во ООО «Красико-Принт», 2004. – 144 с.


*Дата поступления в редакцию: 18.03.2024*

Приложение

Пусть $CM=x$, тогда $(1+\sqrt{2})^2x^2 + x^2= (4+\sqrt{2})^2$; $(4+2\sqrt{2})x^2=18+8\sqrt{2}$; $x^2= \frac{9+4\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$.

$S_{ABC}= \frac{1}{2}AC^2$; $S_{ABC}= \frac{1}{2}(1+\sqrt{2})^2x^2 = \frac{1}{2}(1+\sqrt{2})^2 \frac{9+4\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{26+17\sqrt{2}}{4}$.

Ответ: $\frac{26+17\sqrt{2}}{4}$.

# МЕТОД SWOT-АНАЛИЗА НА УРОКЕ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА В XI КЛАССЕ ПО ТЕМЕ «ЭКСТРЕМАЛЬНЫЙ ТУРИЗМ»: ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ЧИТАТЕЛЬСКОЙ ГРАМОТНОСТИ

*Кажарская Татьяна Васильевна*

***Аннотация.*** *Функциональная грамотность – это способность человека использовать приобретаемые знания в различных сферах жизни. Можно выделить читательскую грамотность, естественнонаучную, математическую, финансовую, креативное мышление, глобальные компетенции. Более подробно остановимся на читательской грамотности. Для формирования у учащихся читательской грамотности на уроках иностранного языка следует использовать специально отобранные тематические тексты для чтения из национальных учебно-методических комплексов по иностранным языкам, а также дополнительные несплошные и составные тексты. Один из наиболее эффективных методов, рекомендуемый к активному применению, – метод SWOT-анализа, который пришел в образовательную среду из сферы бизнеса.*

В современном мире иностранный язык рассматривается как средство формирования и воспитания морально ответственной личности, общения, познания, осмысления и интерпретации фактов иной культуры. Главное назначение иностранных языков – обеспечивать взаимодействие и сотрудничество народов, способствовать процессу национальной самоидентификации и культурного самоопределения личности в условиях поликультурной среды; повышать готовность человека к личностной и профессиональной самореализации посредством использования иностранного языка наряду с родным языком. Владение иностранными языками – важное предусловие адаптации человека к жизни в глобализующемся мире [4].

Не менее важным предусловием адаптации человека к жизни в глобализующемся мире является функциональная грамотность. Функциональная грамотность – это способность человека использовать приобретаемые знания в различных сферах жизни. Можно выделить читательскую грамотность, естественнонаучную, математическую, финансовую, креативное мышление, глобальные компетенции. Более подробно остановимся на читательской грамотности.

Чтение – далеко не элементарный навык. В том, как мы воспринимаем информацию из текста, проявляются наше мышление, знание и опыт.

Читательская грамотность на иностранном языке предполагает владение комплексом умений:

– извлекать и понимать информацию из разных источников в соответствии с целями и задачами коммуникации (определять тему; извлекать ключевую, основную, дополнительную информацию; определять взаимосвязь фактов и выстраивать их логическую последовательность; делать выводы; определять замысел автора);

– понимать смысловое содержание иноязычных аутентичных текстов с различной точностью, глубиной и полнотой;

– прогнозировать, находить, сравнивать, оценивать и интерпретировать информацию, содержащуюся в различных аутентичных источниках;

– адекватно воспринимать и толковать ценности